Apêndice

1 **E.R.** Uma mangueira tem em sua extremidade um esguicho de boca circular cujo diâmetro pode ser ajustado. Admita que essa mangueira, operando com vazão constante, consiga encher um balde de 30 L em 2 min 30s.

a) Se a área da boca do esguicho for ajustada em 1,0 cm², com que velocidade a água sairá da mangueira?

b) Reduzindo-se o diâmetro da boca do esguicho à metade, com que velocidade a água sairá da mangueira nessa nova situação?

Resolução:

a) A vazão (**Z**) através da boca do esguicho é calculada por:

$$Z = A\,v = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Sendo $A = 1{,}0\ cm^2 = 1{,}0 \cdot 10^{-4}\ m^2$; $\Delta V = 30\ L = 30 \cdot 10^{-3}\ m^3$ e $\Delta t = 2{,}5\ min = 150\ s$, calculemos a velocidade **v** de escoamento da água.

$$1{,}0 \cdot 10^{-4}\,v = \frac{30 \cdot 10^{-3}}{150} \Rightarrow \boxed{v = 2{,}0\ m/s}$$

b) Como a área do círculo é diretamente proporcional ao quadrado do seu raio, ou do seu diâmetro $\left(A = \pi R^2 = \frac{\pi D^2}{4}\right)$, se reduzirmos o diâmetro à metade, a área será reduzida à quarta parte. Assim, aplicando-se a Equação da Continuidade, vem:

$$A'\,v' = A\,v \Rightarrow \frac{A}{4}\,v' = A \cdot 2{,}0$$

Da qual:

$$\boxed{v' = 8{,}0\ m/s}$$

2 (UFPE) A velocidade do sangue na artéria aorta de um adulto, que possui em média 5,4 litros de sangue, tem módulo aproximadamente igual a 30 cm/s. A área transversal da artéria é cerca de 2,5 cm². Qual o intervalo de tempo, em segundos, necessário para a aorta transportar o volume de sangue de um adulto?

Resolução:

$$Z = A\,v \quad \text{ou} \quad Z = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$\text{Logo: } A\,v = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta V}{\Delta v}$$

$$\Delta t = \frac{5{,}4 \cdot 10^3}{2{,}5 \cdot 30}\ (s)$$

$$\text{Donde: } \boxed{\Delta t = 72\ s}$$

Resposta: 72 s

3 (Unama-AM) Uma piscina, cujas dimensões são 18 m × 10 m × 2 m, está vazia. O tempo necessário para enchê-la é 10 h, através de um conduto de seção A = 25 cm². A velocidade da água, admitida constante, ao sair do conduto, terá módulo igual a:

a) 1 m/s
b) 2 km/s
c) 3 cm/min
d) 4 m/s
e) 5 km/s

Resolução:

(I) Capacidade da piscina:

$$\Delta V = a\ \ b\ \ c$$

$$\Delta V = 18 \cdot 10 \cdot 2\ (m^3)$$

$$\boxed{\Delta V = 360\ m^3}$$

(II) Vazão:

$$Z = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad \text{ou} \quad Z = A\,v$$

$$\text{Logo: } A\,v = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$25 \cdot 10^{-4}\,v = \frac{360}{10 \cdot 3\,600}$$

$$\text{Donde: } \boxed{v = 4\ m/s}$$

Resposta: d

4 (UFPA) Considere duas regiões distintas do leito de um rio: uma larga **A**, com área de seção transversal de 200 m², e outra estreita **B**, com 40 m² de área de seção transversal.

A velocidade das águas do rio na região **A** tem módulo igual a 1,0 m/s. De acordo com a Equação da Continuidade aplicada ao fluxo de água, podemos concluir que a velocidade das águas do rio na região **B** tem módulo igual a:

a) 1,0 m/s
b) 2,0 m/s
c) 3,0 m/s
d) 4,0 m/s
e) 5,0 m/s

Resolução:

$$Z_B = Z_A \Rightarrow A_B\,v_B = A_A\,v_A$$

$$40\,v_B = 200 \cdot 1{,}0$$

$$\text{Donde: } \boxed{v_B = 5{,}0\ m/s}$$

Resposta: e

5 (UFJF-MG) Um fazendeiro decide medir a vazão de um riacho que passa em sua propriedade e, para isso, escolhe um trecho retilíneo de 30,0 m de canal. Ele observa que objetos flutuantes gastam em média 60,0 s para percorrer esse trecho. No mesmo lugar, observa que a profundidade média é de 0,30 m e a largura média, 1,50 m. A vazão do riacho, em litros de água por segundo, é:

a) 1,35
b) 3,65
c) 225
d) 365
e) 450

Resolução:

(I) Cálculo da intensidade da velocidade da água no canal:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{30{,}0\ m}{60{,}0\ s}$$

$$\boxed{v = 0{,}50\ m/s}$$

(II) Cálculo da vazão:

$$Z = Av \Rightarrow Z = L\,p\,v$$

$$Z = 1{,}50 \cdot 0{,}30 \cdot 0{,}50\ (m^3/s)$$

$$\boxed{Z = 0{,}225\ m^3/s = 225\ L/s}$$

Resposta: c

6 E.R. O aneurisma é uma dilatação anormal verificada em um trecho de uma artéria pela distensão parcial de suas paredes. Essa patologia, de origem congênita ou adquirida, pode provocar o rompimento do duto sanguíneo com escape de sangue, o que em muitos casos é fatal. Trata-se do que popularmente se denomina *derrame*.
Admita que uma pessoa tenha um aneurisma de aorta, de modo que a área da seção reta de sua artéria dobre. Considere o sangue um fluido ideal, de massa específica 1,2 g/cm³, escoando inicialmente com velocidade de 20 cm/s. Devido ao aneurisma, qual a variação da pressão estática do sangue no local da lesão, expressa em unidades do SI?

Resolução:
I. Pela **Equação da Continuidade**:

$$Z_2 = Z_1 \Rightarrow A_2 v_2 = A_1 v_1 \Rightarrow 2A_1 v_2 = A_1 20$$

Assim:

$$\boxed{v_2 = 10 \text{ cm/s} = 0{,}10 \text{ m/s}}$$

II. Pelo **Teorema de Bernoulli** aplicado a um mesmo ponto do interior da artéria, tem-se:

$$p + \frac{\mu v^2}{2} = C \text{ (Constante)}$$

$$p_2 + \frac{\mu v_2^2}{2} = p_1 + \frac{\mu v_1^2}{2} \Rightarrow p_2 - p_1 = \frac{\mu}{2}(v_1^2 - v_2^2)$$

$$\Delta p = \frac{1{,}2 \cdot 10^3}{2}(0{,}20^2 - 0{,}10^2) \text{ (Pa)} \Rightarrow \boxed{\Delta p = 18 \text{ Pa}}$$

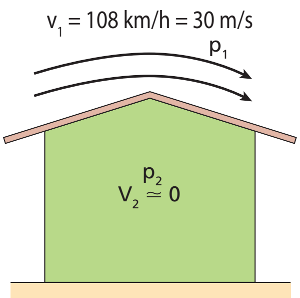
7 (ITA-SP) Durante uma tempestade, Maria fecha as janelas do seu apartamento e ouve o zumbido do vento lá fora. Subitamente o vidro de uma janela se quebra. Considerando-se que o vidro tenha soprado tangencialmente à janela, o acidente pode ser mais bem explicado pelo(a):
a) princípio de conservação da massa.
b) princípio de Bernoulli.
c) princípio de Arquimedes.
d) princípio de Pascal.
e) princípio de Stevin.

Resolução:
Em virtude de o vento aumentar a velocidade da massa de ar, a pressão externa à janela diminui, de acordo com o princípio de Bernoulli.
A diferença entre a pressão interna (maior) e a externa (menor) quebra a janela, fazendo com que os fragmentos de vidro sejam jogados para fora.

Resposta: b

8 O ar de um furacão sopra sobre o telhado de uma casa com velocidade de módulo igual a 108 km/h. A densidade do ar vale 1,2 kg/m³. A diferença entre a pressão do lado interno e do lado externo do telhado vale:
a) zero b) 500 Pa c) 520 Pa d) 540 Pa e) 560 Pa

Resolução:



Trata-se de uma aplicação direta do Teorema de Bernoulli para pontos no mesmo nível horizontal.

$$p_2 + \frac{\mu v_2^2}{2} = p_1 + \frac{\mu v_1^2}{2}$$

Sendo $v_2 \simeq 0$ (o ar dentro da casa está praticamente em repouso) vem:

$$p_2 - p_1 = \frac{\mu v_1^2}{2} \Rightarrow \Delta p = \frac{1{,}2\ (30)^2}{2} \text{ (Pa)}$$

$$\boxed{\Delta p = 540 \text{ Pa}}$$

Resposta: d

9 (Unicamp-SP) "**Tornado destrói telhado de ginásio da Unicamp**. Um tornado com ventos de 180 km/h destruiu o telhado do ginásio de esportes da Unicamp [...] Segundo engenheiros da universidade, a estrutura destruída pesa aproximadamente 250 toneladas." (*Folha de S.Paulo*, 29/11/95)
Uma possível explicação para o fenômeno seria considerar uma diminuição de pressão atmosférica, devida ao vento, na parte superior do telhado. Para um escoamento ideal de ar, essa redução de pressão é dada por : $\frac{\rho v^2}{2}$, em que ρ = 1,2 kg/m³ é a densidade do ar e **v** é a intensidade da velocidade do vento. Considere que o telhado do ginásio tem 5 400 m² de área e que estava simplesmente apoiado sobre as paredes. Adote g = 10 m/s².
a) Calcule a variação da pressão externa devida ao vento.
b) Quantas toneladas poderiam ser levantadas pela força devida a esse vento?
c) Qual a menor intensidade da velocidade do vento (em km/h) que levantaria o telhado?

Resolução:
a) Deve-se utilizar a expressão dada, que nada mais é que o Teorema de Bernoulli.

$$\Delta p = \frac{\rho v^2}{2}$$

Sendo $\rho = 1{,}2$ kg/m³ e $v = 180\ \frac{km}{h} = \frac{180 \text{ m}}{3{,}6 \text{ s}} = 50\ \frac{m}{s}$, vem:

$$\Delta p = \frac{1{,}2\ (50)^2}{2} \text{ (N/m}^2) \Rightarrow \boxed{\Delta p = 1{,}5 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2}$$

b)
$$\frac{F}{A} = \Delta p \Rightarrow \frac{M g}{A} = \Delta p$$

$$\frac{M\ 10}{5400} = 1{,}5 \cdot 10^3 \Rightarrow \boxed{M = 810 \cdot 10^3 \text{ kg} = 810 \text{ toneladas}}$$

c) **(I)**
$$\Delta p' = \frac{F'}{A} \Rightarrow \Delta p' = \frac{M' g}{A}$$

$$\Delta p' = \frac{250 \cdot 10^3 \cdot 10}{5400} \text{ (N/m}^2) \Rightarrow \boxed{\Delta p' = \frac{25}{54} \cdot 10^3 \text{ (N/m}^2)}$$

(II)
$$\frac{\rho v'^2}{2} = \Delta p' \Rightarrow \frac{1{,}2\ v'^2}{2} = \frac{25}{54} \cdot 10^3$$

Donde: $\boxed{v' \simeq 27{,}78 \text{ m/s}}$

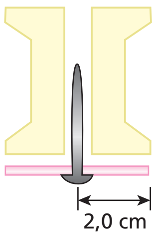
$$v' \simeq 27{,}78 \cdot 3{,}6 \text{ (km/h)}$$

$$\boxed{v' \simeq 100 \text{ km/h}}$$

Respostas: a) $1{,}5 \cdot 10^3$ N/m²; b) 810 toneladas; c) $\simeq$ 100 km/h

10 (UFBA) Um fenômeno bastante curioso, associado ao voo dos pássaros e do avião, pode ser visualizado através de um experimento simples, no qual se utiliza um carretel de linha para empinar pipas, um prego e um pedaço circular de cartolina.

O prego é colocado no centro da cartolina e inserido no buraco do carretel, conforme a figura. Soprando de cima para baixo pelo buraco superior do carretel, verifica-se que o conjunto cartolina-prego não cai.



Considere a massa do conjunto cartolina-prego igual a 10 g, o raio do disco igual a 2,0 cm e a aceleração da gravidade local com módulo igual a 10 m/s².
A partir dessas informações, apresente a lei física associada a esse fenômeno e calcule a diferença de pressão média mínima, entre as faces da cartolina, necessária para impedir que o conjunto caia.

Resolução:

(I) A lei física associada ao fenômeno é o Princípio de Bernoulli. Devido ao jato de ar que sopra de cima para baixo ao longo do eixo do carretel, reduz-se a pressão sobre a face de cima do disco de cartolina. Com isso, ele fica sujeito a um esforço resultante de pressão dirigido de baixo para cima que o mantém suspenso, sem cair.

(II) $F_{ar} = P$

$$\Delta p\, A = m\, g$$

$$\Delta p = \frac{m\, g}{A} = \frac{m\, g}{\pi R^2}$$

$$\Delta p = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{\pi\, (2{,}0 \cdot 10^{-2})^2}\ (\text{N/m}^2)$$

$$\boxed{\Delta p \simeq 79{,}6\ \text{N/m}^2}$$

Resposta: $\simeq 79{,}6\ \text{N/m}^2$

11 (ITA-SP) Considere uma tubulação de água que consiste de um tubo de 2,0 cm de diâmetro por onde a água entra com velocidade de módulo 2,0 m/s sob uma pressão de $5{,}0 \cdot 10^5$ Pa. Outro tubo de 1,0 cm de diâmetro encontra-se a 5,0 m de altura, conectado ao tubo de entrada. Considerando-se a densidade da água igual $1{,}0 \cdot 10^3$ kg/m³ e desprezando-se as perdas, calcule a pressão da água no tubo de saída. Adote g = 10 m/s².

Resolução:

(I) Equação da Continuidade:

$$Z_1 = Z_2 \ \Rightarrow\ A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$\pi R_2^2 v_2 = \pi R_1^2 v_1$$

$$v_2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 v_1 \ \Rightarrow\ v_2 = \left(\frac{1{,}0}{0{,}50}\right)^2 2{,}0\ (\text{m/s})$$

$$\boxed{v_2 = 8{,}0\ \text{m/s}}$$

(II) Teorema de Bernoulli:

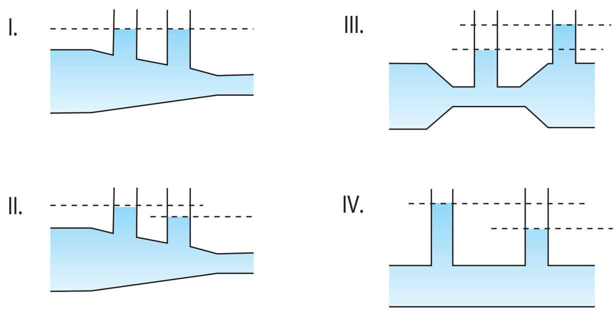
$$p_2 + \frac{\mu\, v_2^2}{2} = p_1 + \frac{\mu\, v_1^2}{2} + \mu\, g\, (h_1 - h_2)$$

$$p_2 + \frac{1{,}0 \cdot 10^3 \cdot (8{,}0)^2}{2} = 5{,}0 \cdot 10^5 + \frac{1{,}0 \cdot 10^3 \cdot (2{,}0)^2}{2} + 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10\, (-5{,}0)$$

Donde: $\boxed{p_2 = 4{,}2 \cdot 10^5\ \text{Pa}}$

Resposta: $4{,}2 \cdot 10^5$ Pa

12 (UFSM-RS) As figuras representam secções de canalizações por onde flui, da esquerda para a direita, sem atrito e em regime estacionário, um líquido incompressível. Além disso, cada secção apresenta duas saídas verticais para a atmosfera, ocupadas pelo líquido até as alturas indicadas.



As figuras em acordo com a realidade física são:

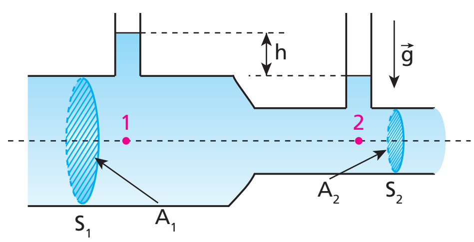
a) II e III.
b) I e IV.
c) II e IV.
d) III e IV.
e) I e III.

Resolução:

Nos trechos de maior diâmetro (tubos mais "grossos"), a intensidade da velocidade de escoamento do líquido é **menor** e a pressão estática é **maior**. Por isso, nesses trechos, o líquido atinge alturas maiores nos tubos verticais (tubos de Venturi), como ocorre nas situações das figuras II e III.
Tal fato pode ser explicado pelo Teorema de Bernoulli.

Resposta: a

13 E.R. Considere a tubulação hidráulica esquematizada abaixo por onde escoa água em regime permanente. Os pontos **1** e **2** indicados, pertencentes a uma mesma horizontal, estão situados sob dois tubos verticais abertos em que se observa no líquido um desnível de altura **h**. No local, a aceleração da gravidade tem intensidade **g**.



Supondo conhecidas as áreas A_1 e A_2 as seções retas S_1 e S_2, respectivamente, e considerando a água um fluido ideal, determine a intensidade da velocidade do líquido no ponto **1**.

Resolução:

I. Equação da Continuidade:

$$Z_2 = Z_1 \Rightarrow A_2 v_2 = A_1 v_1$$

Assim:

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 \quad \text{(I)}$$

II. Teorema de Bernoulli:

$$p_1 + \frac{\mu v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\mu v_2^2}{2}$$

$$\mu g h_1 + P_{atm} + \frac{\mu v_1^2}{2} = \mu g h_2 + P_{atm} + \frac{\mu v_2^2}{2}$$

Da qual:

$$g (h_1 - h_2) + \frac{v_1^2}{2} = \frac{v_2^2}{2} \quad \text{(II)}$$

Observando-se que $h_1 - h_2 = h$ e substituindo-se (I) em (II), vem:

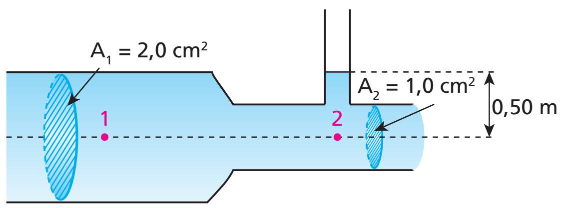
$$g h + \frac{v_1^2}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{A_1}{A_2} v_1\right)^2$$

$$2 g h = v_1^2 \left[\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1\right]$$

Assim:

$$\boxed{v_1 = \left[\frac{2gh}{\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 - 1}\right]^{\frac{1}{2}}}$$

14 Na tubulação horizontal esquematizada na figura a seguir, o líquido escoa com vazão de 400 cm³/s e atinge a altura de 0,50 m no tubo vertical. A massa específica do líquido, admitido ideal, é 1,0 g/cm³.



Adotando-se g = 10m/s² e supondo-se o escoamento em regime permanente, pede-se para calcular a pressão efetiva no ponto **1**, que é a diferença entre a pressão estática nesse ponto e a pressão atmosférica.

Resolução:

(I) Cálculo de v_1 e v_2:

$$A_1 v_1 = Z \Rightarrow 2{,}0\, v_1 = 400 \Rightarrow \boxed{v_1 = 200 \text{ cm/s} = 2{,}0 \text{ m/s}}$$

$$A_2 v_2 = Z \Rightarrow 1{,}0\, v_2 = 400 \Rightarrow \boxed{v_2 = 400 \text{ cm/s} = 4{,}0 \text{ m/s}}$$

(II) Cálculo de $P_{ef_1} = P_1 - P_{atm}$:

Teorema de Bernoulli:

$$P_1 + \frac{\mu v_1^2}{2} = P_2 + \frac{\mu v_2^2}{2} \Rightarrow P_1 + \frac{\mu v_1^2}{2} = \mu g h + P_{atm} + \frac{\mu v_2^2}{2}$$

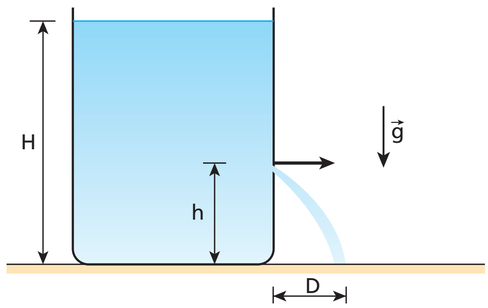
$$P_1 - P_{atm} = \mu g h + \frac{\mu}{2}(v_2^2 - v_1^2)$$

$$P_{ef_1} = 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 0{,}50 + \frac{1{,}0 \cdot 10^3}{2}(4{,}0^2 - 2{,}0^2) \text{ (N/m}^2)$$

Donde: $\boxed{P_{ef_1} = 1{,}1 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2}$

Resposta: $1{,}1 \cdot 10^4$ N/m²

15 E.R. Em uma caixa-d'água cilíndrica de eixo vertical a superfície livre de água atinge uma altura **H**. Faz-se um pequeno furo na parede lateral da caixa, a uma altura **h**, por onde a água extravasa, projetando-se horizontalmente, conforme ilustra a figura. No local, a resistência do ar é desprezível e a aceleração da gravidade tem intensidade **g**.



Sendo **D** o alcance horizontal atingido pela água, determine:

a) o máximo valor de **D**;

b) os valores de **h** para os quais se obtêm alcances horizontais iguais.

Resolução:

a) A intensidade da velocidade de escoamento da água através do furo é **v**, dada pela **Equação de Torricelli**:

$$v = \sqrt{2 g (H - h)} \quad \text{(I)}$$

O movimento das gotas d'água a partir do furo é uniformemente variado na vertical; logo:

$$\Delta y = v_{0_y} t + \frac{\alpha_y}{2} t^2 \Rightarrow h = \frac{g}{2} t_q^2$$

Da qual:

$$t_q = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \text{(II)}$$

O movimento das gotas d'água a partir do furo é uniforme na horizontal; logo:

$$\Delta x = v t \Rightarrow D = v t_q \quad \text{(III)}$$

Substituindo-se (I) e (II) em (III), segue que:

$$D = \sqrt{2 g (H - h)} \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

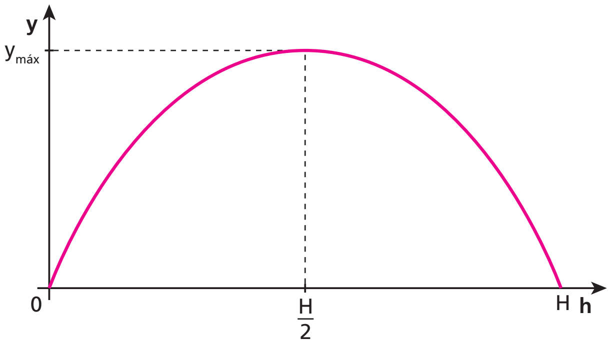
Assim:

$$\boxed{D = 2\sqrt{(H - h) h}}$$

Chamemos de **y** o radicando (H – h) h.

$$y = (H - h) h$$

A função $y = f(h)$ é do Segundo grau e sua representação gráfica é um arco de parábola com concavidade voltada para baixo, conforme aparece a seguir:



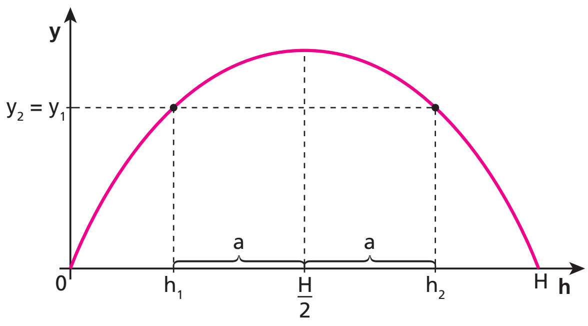
Observando-se que $y = 0$ para $h = 0$ e $h = H$, tem-se:

Para $h = \frac{H}{2} \Rightarrow y_{máx} \Rightarrow D_{máx}$

Logo: $D_{máx} = 2\sqrt{\left(H - \frac{H}{2}\right)\frac{H}{2}}$

Donde: $\boxed{D_{máx} = H}$

b) Alcances horizontais iguais são obtidos para um mesmo valor de **y**, isto é, quando $y_2 = y_1$.
Analisando-se o gráfico anterior, vem:



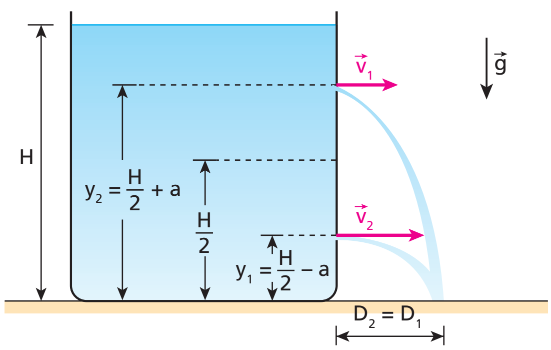
$$D_2 = D_1 \Rightarrow y_2 = y_1$$

Nesse caso:

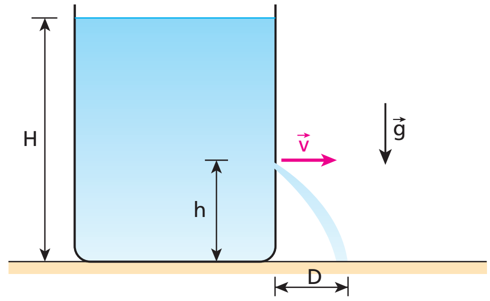
$$\boxed{h_1 = \frac{H}{2} - a \;\; e \;\; h_2 = \frac{H}{2} + a}$$

$$\left(\text{com } 0 < a < \frac{H}{2}\right)$$

A figura a seguir ilustra o exposto.



16 Na figura a seguir está esquematizado um grande tanque aberto cheio de água até uma altura **H** apoiado sobre uma superfície horizontal.



Faz-se um pequeno furo na parede lateral do reservatório, a uma altura **h** em relação à sua base, por onde jorra um filete d'água com velocidade horizontal de intensidade **v**. No local, a resistência do ar é desprezível e a acelereção da gravidade tem módulo igual a **g**. Sendo **D** o alcance horizontal da água, determine em função de **H**, **h** e **g**:

a) o valor de **v**; b) o valor de **D**.

Resolução:

a) O desnível **d** entre a superfície livre de água e o orifício é $d = H - h$.
Aplicando-se a equação de Torricelli, vem:

$$v = \sqrt{2\,g\,d} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{2\,g\,(H - h)}}$$

b) (I) Cálculo do tempo de queda (t_q) da água:

Na vertical: **MUV**

$$\Delta y = v_{0_y}\,t + \frac{\alpha_y}{2}t^2 \Rightarrow h = \frac{g}{2}t_q^2$$

Donde: $t_q = \sqrt{\frac{2\,h}{g}}$

(II) Cálculo do alcance horizontal da água:

Na horizontal: **MU**

$\Delta x = v\,t \Rightarrow D = v\,t_q$

Substituindo-se os valores de **v** e de t_q, vem:

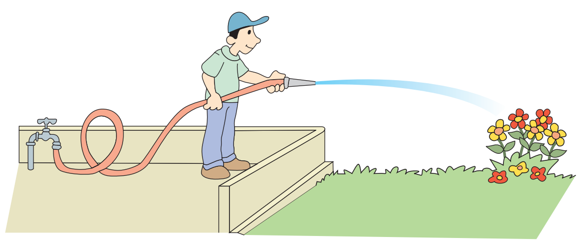
$$D = \sqrt{2\,g\,(H - h)}\sqrt{\frac{2\,h}{g}}$$

Do qual: $\boxed{D = 2\sqrt{(H - h)\,h}}$

Nota: D independe de **g**.

Respostas: a) $\sqrt{2\,g\,(H - h)}$; b) $D = 2\sqrt{(H - h)\,h}$

17 (Unirio-RJ) Um menino deve regar o jardim de sua mãe e pretende fazer isso da varanda de sua residência, segurando uma mangueira na posição horizontal, conforme a figura abaixo.



Durante toda a tarefa, a altura da mangueira, em relação ao jardim, permanecerá constante. Inicialmente, a vazão de água, que pode ser definida como o volume de água que atravessa a área transversal da mangueira na unidade de tempo, é φ_0. Para que a água da mangueira atinja a planta mais distante no jardim, ele percebe que o alcance inicial deve ser quadruplicado. A mangueira tem em sua extremidade um dispositivo com orifício circular de raio variável. Para que consiga molhar todas as plantas do jardim sem molhar o resto do terreno, ele deve:

a) reduzir o raio do orifício em 50% e quadruplicar a vazão de água.
b) manter a vazão constante e diminuir a área do orifício em 50%.
c) manter a vazão constante e diminuir o raio do orifício em 50%.
d) manter constante a área do orifício e dobrar a vazão de água.
e) reduzir o raio do orifício em 50% e dobrar a vazão de água.

Resolução:

(I) **Vazão:** $\varphi_0 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = Av$

Logo: $v = \frac{\varphi_0}{A}$ (1)

(II) **Tempo de queda da água:**

MUV: $\Delta y = v_{0_y} t + \frac{x_y}{2} t^2$

$H = \frac{g}{2} t_q^2 \Rightarrow t_q = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ (2)

(III) **Alcance horizontal da água:**

MU: $D = v\, t_q$ (3)

(IV) (1) e (2) em (3):

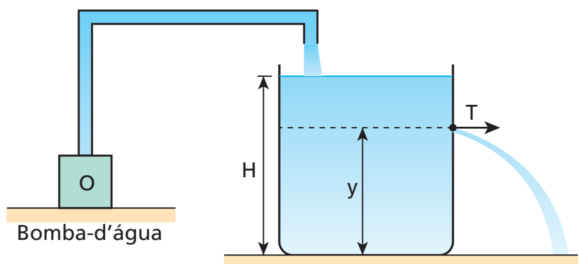
$D = \frac{\varphi_0}{A}\sqrt{\frac{2H}{g}}$

$$\boxed{D = \frac{\varphi_0}{\pi R^2}\sqrt{\frac{2H}{g}}}$$

Sendo **H** e **g** constantes, pode-se quadruplicar **D** mantendo-se φ_0 constante e reduzindo-se **R** à metade (redução de 50%).

Resposta: c

18 (Unirio-RJ) Uma bomba-d'água enche o reservatório representado na figura a seguir até a altura **H**. Assim que a água atinge esse nível, a tampa **T** de um escoadouro é aberta. A tampa está a uma altura **y** do fundo do reservatório e sua vazão é igual à da bomba, que permanece ligada o tempo todo. Sabendo que a água sai horizontalmente pela tampa, determine a expressão para o alcance máximo, $A_{máx}$, atingido pela água e a altura **y** do escoadouro.



Despreze os atritos.

a) $A_{máx} = 2\sqrt{y(H-y)}$; $y = \frac{H}{2}$
b) $A_{máx} = 2\sqrt{y(H-y)}$; $y = \frac{H}{4}$
c) $A_{máx} = 2\sqrt{y(H-y)}$; $y = \frac{H}{3}$
d) $A_{máx} = 2\sqrt{y(H-y)}$; $y = \frac{H}{6}$
e) $A_{máx} = 2\sqrt{y(H-y)}$; $y = \frac{H}{5}$

Resolução:

(I) **Equação de Torricelli:**

$v = \sqrt{2gh}$

Sendo $h = H - y$, vem:

$v = \sqrt{2g(H-y)}$ (I)

(II) **Tempo de queda da água:**

MUV: $\Delta y = v_{0_y} t + \frac{\alpha_y}{2} t^2$

$y = \frac{g}{2} t_q^2 \Rightarrow t_q = \sqrt{\frac{2y}{g}}$ (II)

(III) **Alcance horizontal:**

MU: $A_{máx} = v\, t_q$ (III)

Substituindo (I) e (II) em (III), vem:

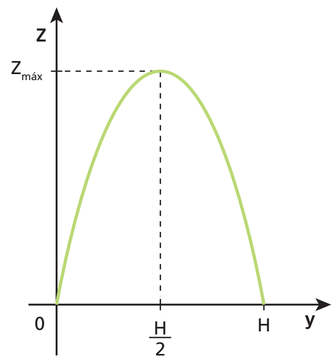
$A_{máx} = \sqrt{2g(H-y)}\sqrt{\frac{2y}{g}}$

Donde:

$$\boxed{A_{máx} = 2\sqrt{y(H-y)}}$$

(IV) Analisemos a função $z = y(H - y)$

O gráfico $z = f(y)$ é uma parábola com concavidade voltada para baixo.



Logo, para $y = \frac{H}{2} \Rightarrow Z_{máx} \Rightarrow A_{máx}$

Resposta: a